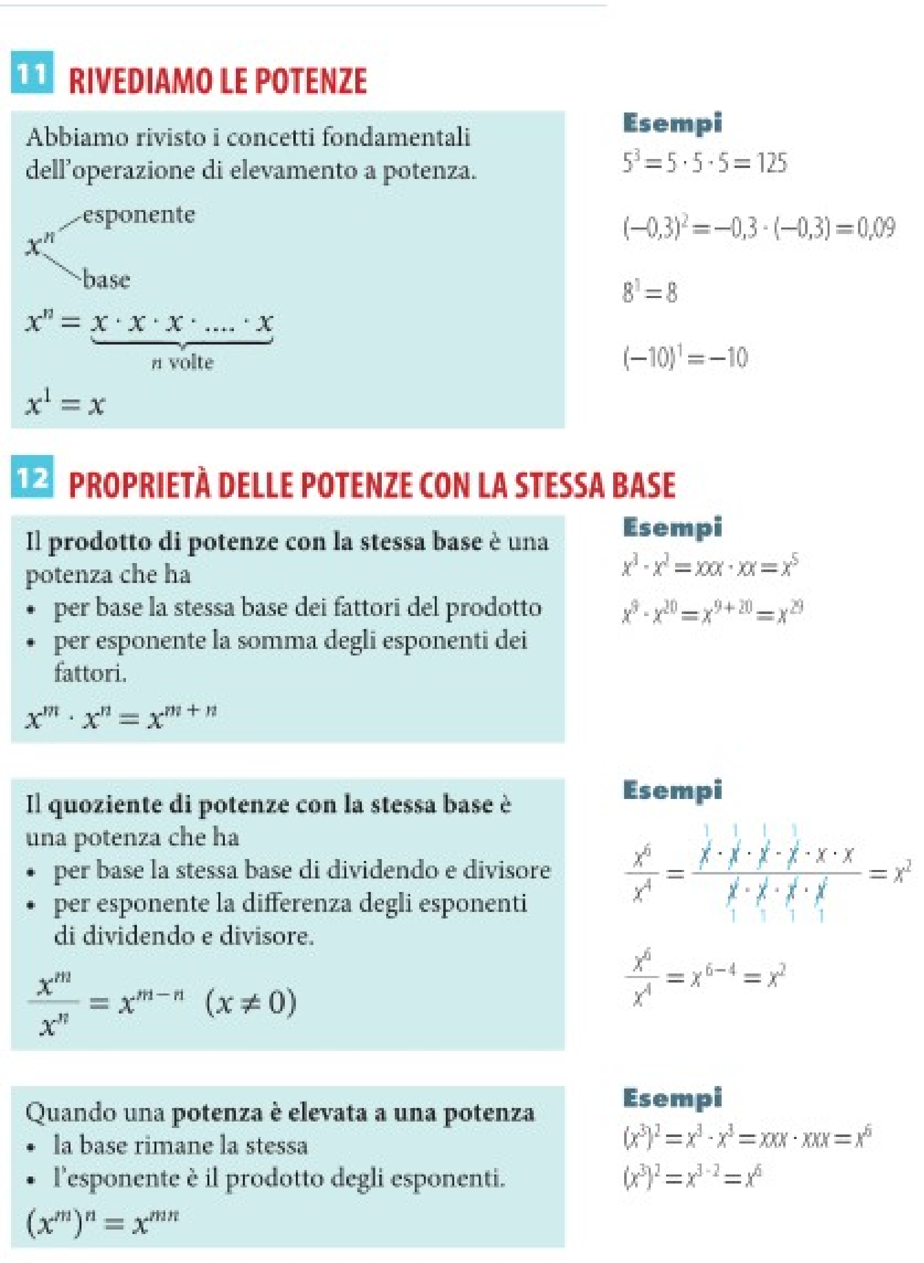
Potenze ed ordini di grandezza

Tratto dal testo "CONTACI"
AAVV Ed.Zanichelli



11 RIVEDIAMO LE POTENZE

Abbiamo rivisto i concetti fondamentali dell'operazione di elevamento a potenza.

x^n — esponente — base

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{n \text{ volte}}$$

$$x^1 = x$$

Esempi

$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

$(-0{,}3)^2 = -0{,}3 \cdot (-0{,}3) = 0{,}09$

$8^1 = 8$

$(-10)^1 = -10$

12 PROPRIETÀ DELLE POTENZE CON LA STESSA BASE

Il **prodotto di potenze con la stessa base** è una potenza che ha

- per base la stessa base dei fattori del prodotto
- per esponente la somma degli esponenti dei fattori.

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

Esempi

$x^3 \cdot x^2 = xxx \cdot xx = x^5$

$x^9 \cdot x^{20} = x^{9+20} = x^{29}$

Il **quoziente di potenze con la stessa base** è una potenza che ha

- per base la stessa base di dividendo e divisore
- per esponente la differenza degli esponenti di dividendo e divisore.

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \quad (x \neq 0)$$

Esempi

$$\frac{x^6}{x^4} = \frac{\overset{1}{\cancel{x}} \cdot \overset{1}{\cancel{x}} \cdot \overset{1}{\cancel{x}} \cdot \overset{1}{\cancel{x}} \cdot x \cdot x}{\underset{1}{\cancel{x}} \cdot \underset{1}{\cancel{x}} \cdot \underset{1}{\cancel{x}} \cdot \underset{1}{\cancel{x}}} = x^2$$

$$\frac{x^6}{x^4} = x^{6-4} = x^2$$

Quando una **potenza è elevata a una potenza**

- la base rimane la stessa
- l'esponente è il prodotto degli esponenti.

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

Esempi

$(x^3)^2 = x^3 \cdot x^3 = xxx \cdot xxx = x^6$

$(x^3)^2 = x^{3 \cdot 2} = x^6$

13 POTENZE DI PRODOTTI E QUOZIENTI

La **potenza di un prodotto** equivale al prodotto delle potenze di ciascun fattore.

$(x \cdot x)^n = x^n y^n$

La **potenza di un quoziente** equivale al quoziente delle potenze di dividendo e divisore.

$\left(\dfrac{x}{y}\right)^n = \dfrac{x^n}{y^n} \quad (y \neq 0)$

Esempio

$(3x)^2 = 3x \cdot 3x = 3 \cdot 3 \cdot x \cdot x = 9x^2$

$(3x)^2 = 3^2 \cdot x^2 = 9x^2$

Esempio

$\left(\dfrac{x}{2}\right)^3 = \dfrac{x}{2} \cdot \dfrac{x}{2} \cdot \dfrac{x}{2} = \dfrac{x \cdot x \cdot x}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \dfrac{x^3}{8}$

$\left(\dfrac{x}{2}\right)^3 = \dfrac{x^3}{2^3} = \dfrac{x^3}{8}$

14 PER ESPONENTE UN NUMERO NEGATIVO O LO ZERO

Esponente zero

Una potenza con esponente zero è sempre uguale a 1, purché la base sia diversa da zero.

$x^0 = 1 \quad (x \neq 0)$

Potenze con esponente negativo

Una potenza con esponente negativo equivale all'inverso di quella stessa potenza con esponente positivo, purché la base sia diversa da zero.

$x^{-n} = \dfrac{1}{x^n} \quad (x \neq 0)$

Esempi

$8^0 = 1$

$(-10)^0 = 1$

Esempi

$3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$

$9^{-1} = \dfrac{1}{9}$

$\dfrac{x^2}{x^3} = \dfrac{\overset{1}{\cancel{x}} \cdot \overset{1}{\cancel{x}}}{\underset{1}{\cancel{x}} \cdot \underset{1}{\cancel{x}} \cdot x} = \dfrac{1}{x} = x^{-1}$

15 NUMERI GRANDI

Un numero si può scrivere con le potenze di dieci, usando la **notazione standard**:

$x \cdot 10^n$ dove $1 \le x < 10$

coefficiente — potenza di dieci

Esempi

$4{,}2 \cdot 10^4 = 42\,000$

$8 \cdot 10^6 = 8\,000\,000$

16 NUMERI PICCOLI

Per indicare i numeri piccoli con la notazione standard si possono usare le potenze di dieci con esponente negativo.

Esempi

$3{,}1 \cdot 10^{-4} = 0{,}00031$

$7 \cdot 10^{-3} = 0{,}007$

SISTEMA DI NUMERAZIONE IN BASE DIECI

Il **sistema decimale** si è originato in India ed è arrivato in Europa circa 500 anni fa.
Nel sistema di numerazione decimale si usano 10 cifre: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.
La posizione della cifra nel numero indica a quale potenza di 10 ci si sta riferendo.

$$\begin{aligned} 6\,703_{10} &= 6 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 3 \cdot 1 \\ &= 6 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 \end{aligned}$$

Questo numero indica la base.
In genere, la base 10 non si scrive

SISTEMI DI NUMERAZIONE IN BASE DIVERSA DA 10

Nel sistema decimale si usa la base 10, ma un sistema di numerazione può avere per base anche un altro numero naturale maggiore di 1.

Nel **sistema in base 5** si usano cinque cifre:
0, 1, 2, 3 e 4.

5^3	5^2	5^1	5^0
	1	4	2

$142_5 = 1 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 47_{10}$

Nel **sistema in base 2** si usano due cifre:
0 e 1.

2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	0	1	1	1	1

$101111_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 47_{10}$

Esempio Scrivi i numeri da base 10 a base 2. a) 5 b) 22

a)

$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
	1	0	1

$5 = 4 + 1$
$= 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 101_2$

b)

$2^5 = 32$	$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
	1	0	1	1	0

$22 = 16 + 4 + 2$
$= 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 10110_2$