

L'ACQUA CHE CONTA

MA QUANTA MATEMATICA C'È NELL'ACQUA?

IC Foscolo Classe 1°L
Prof.ssa Daniela Favale
Prof. Egidio Sandron
A.S.2024-25



Matematica nell'acqua

Lo scopo del nostro lavoro è quello di andare alla scoperta della matematica che si può incontrare grazie all'acqua.

Abbiamo analizzato:

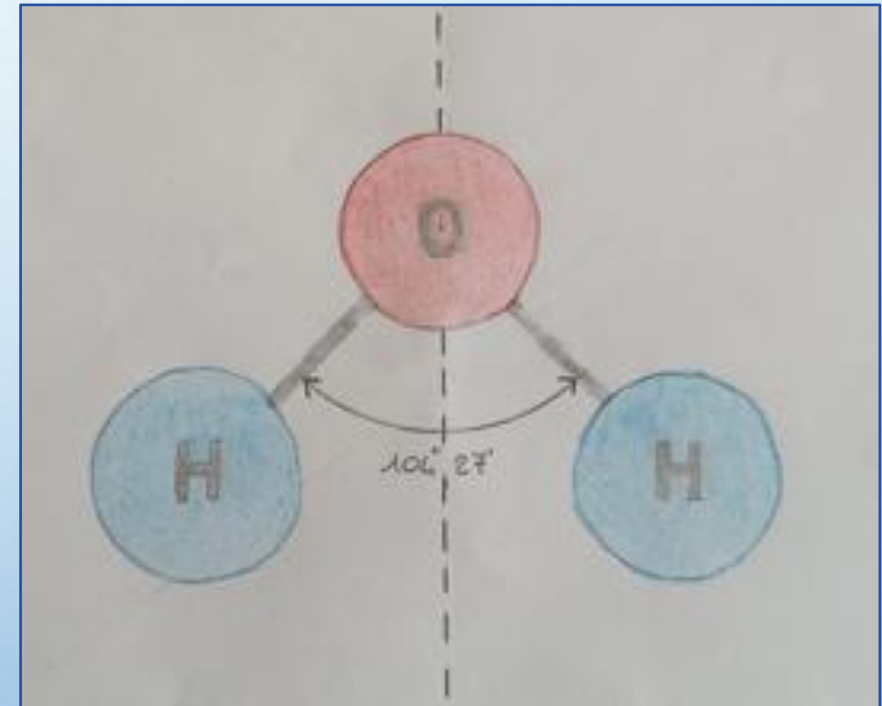
- ✓ LA MOLECOLA DELL'ACQUA
- ✓ LA SOLIDIFICAZIONE DELL'ACQUA
- ✓ I FIOCCHI DI NEVE
- ✓ LA MISURA DEL VOLUME DEL LAVELLO

La molecola dell'acqua

E' formata da due atomi di idrogeno e da uno di ossigeno; i due atomi di idrogeno sono simmetrici rispetto all'asse passante per l'atomo di ossigeno e i tre atomi H-O-H formano un angolo di $104,45^\circ$ che nel sistema sessagesimale corrisponde a $104^\circ 27'$.

$$45:100 = x:60$$

$$x = 45 \cdot 60 : 100 = 27$$



L'acqua diventa ghiaccio

Abbiamo condotto un esperimento sul volume dell'acqua e del ghiaccio.

- ✓ Abbiamo riempito un cilindro graduato con diverse quantità di acqua.
- ✓ Abbiamo inserito il cilindro nel congelatore.
- ✓ Sono stati registrati i dati relativi al volume dell'acqua prima e dopo il congelamento.



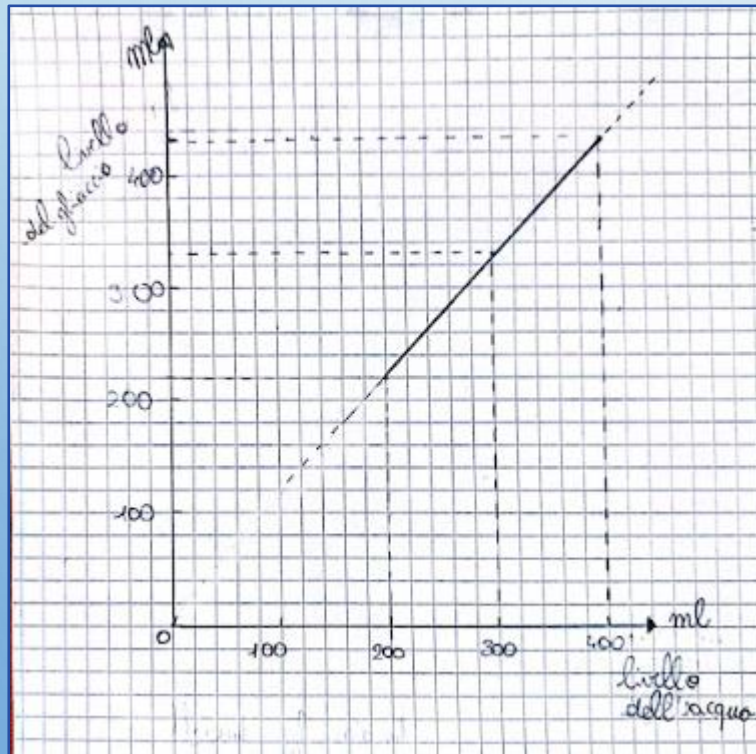
Dati e osservazioni

Livello dell'acqua	Livello del ghiaccio
200 ml	220 ml
300 ml	325 ml
400 ml	430 ml

Differenza del livello dell'acqua	Differenza del livello del ghiaccio
100 ml	5 ml
100 ml	5 ml

Osservando i dati trovati, vediamo che sia la variazione del livello dell'acqua che quella del livello del ghiaccio sono costanti.

Rappresentando gli stessi dati sul piano cartesiano, notiamo che i punti che hanno come ascissa il livello dell'acqua e come ordinata il corrispondente livello del ghiaccio, sono allineati (appartengono alla stessa retta); quindi **le grandezze sono direttamente proporzionali**.



Lo studio dei fiocchi di neve

- ✓ Partiamo da Keplero che pubblica il breve trattato «Strena seu de nive sexangula».
- ✓ In occasione del Capodanno 1609 (o 1610), è invitato dal suo amico Matthäus Wacker von Wackenfels, ma realizza di non avere con sé alcun dono.
- ✓ Camminando sul ponte Carlo V a Praga, Keplero osserva la bellezza dei fiocchi di neve e pensa che uno di essi potrebbe essere il migliore dei doni.



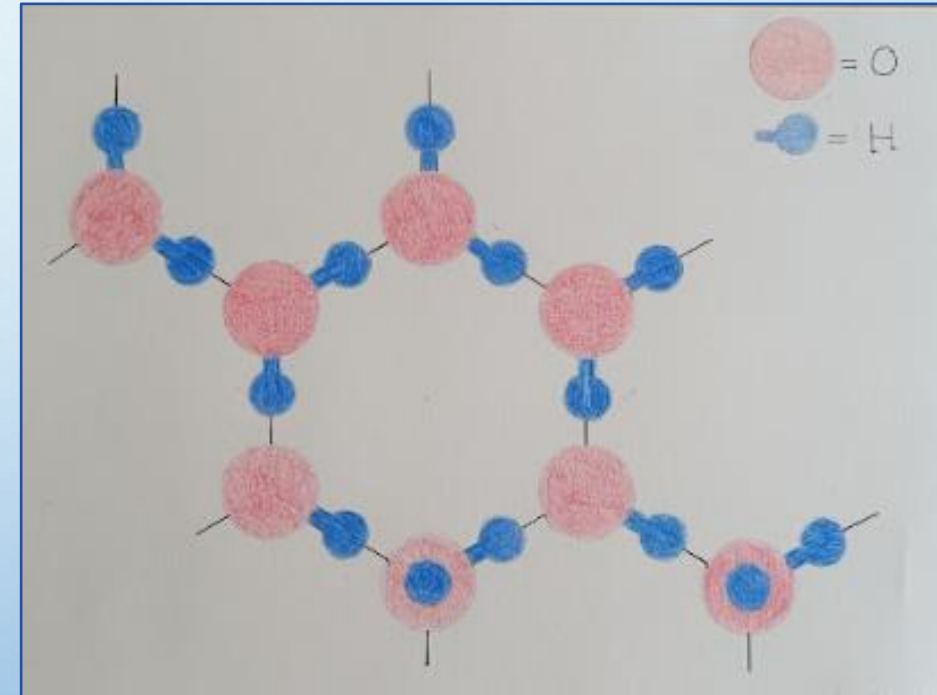
Keplero e i fiocchi di neve

- ✓ Keplero gioca con le parole:
- ✓ In latino neve si dice «nix»
- ✓ In tedesco niente si dice «nicht»
- ✓ I due suoni sono molto simili e quindi Keplero decide di regalare all'amico le sue riflessioni sul fiocco di neve e sulla sua forma esagonale, sul «Niente».

«Ecco una strenna d'elezione per un amatore del Niente e degna di essere offerta da un Matematico che non ha Niente e non riceve Niente, perché i fiocchi cadono dal cielo e sono simili alle stelle [...]. Vogliate dunque ricevere in tutta serenità questa approssimazione del Niente e, se Voi l'appreziate, trattenete il fiato, per paura di ritrovarVi con Niente [...]. Ecco allora perché esaminare il motivo per cui le nevi, alla loro prima caduta, [...] hanno, ogni volta, sei raggi.»

Le spiegazioni di Keplero

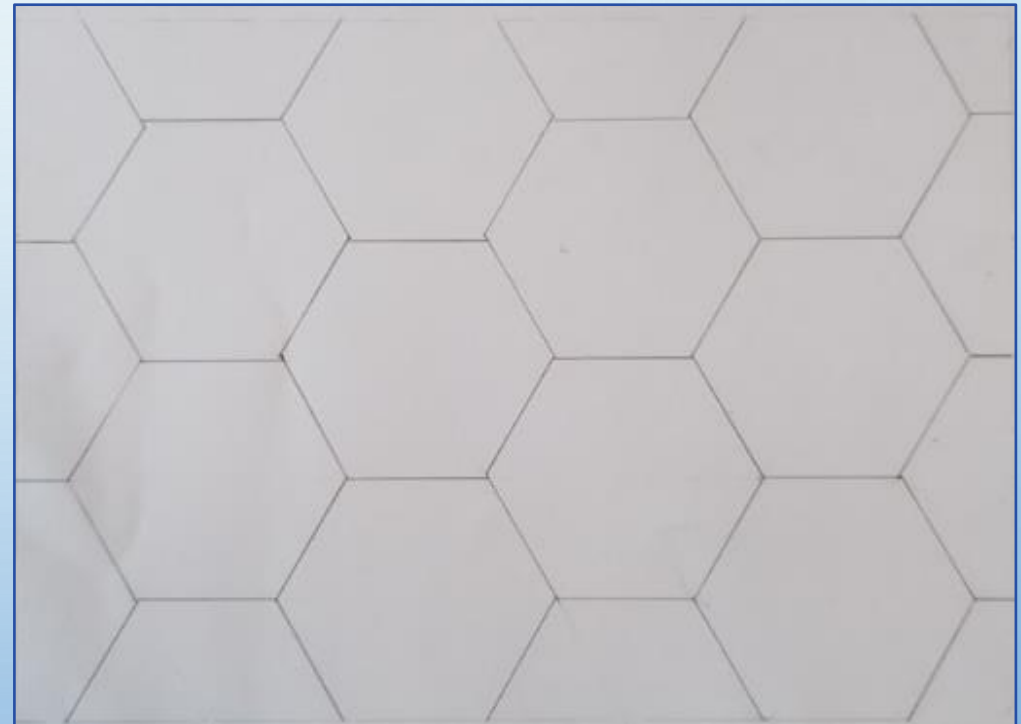
- ✓ I cristalli di neve sono il risultato dell'aggregazione di gocce di acqua di forma sferica che interagendo tra loro raggiungono l'equilibrio solamente disponendosi secondo precise forme esagonali.
- ✓ Il fiocco di neve nell'aria è tridimensionale, con 6 punte dirette come i vertici di un ottaedro e cadendo al suolo si appiattisce come un esagono.
- ✓ Le gocce d'acqua (sferiche) si «impacchettano» il più strettamente possibile, dando origine di preferenza a configurazioni esagonali.



Le spiegazioni di Keplero

La forma esagonale viene giustificata da Keplero perché:

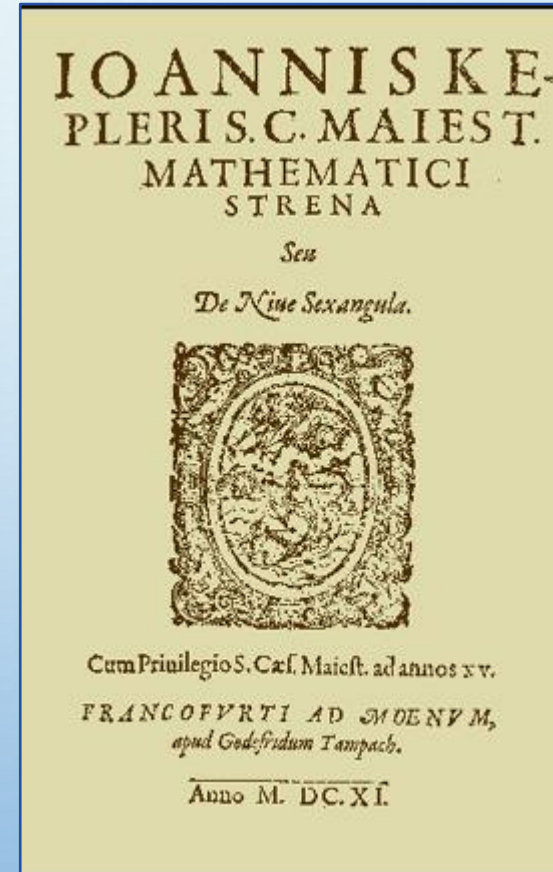
- ✓ è un poligono regolare
- ✓ tassella completamente il piano
- ✓ compare sia nel mondo inanimato che in quello animato



Keplero e i modelli matematici

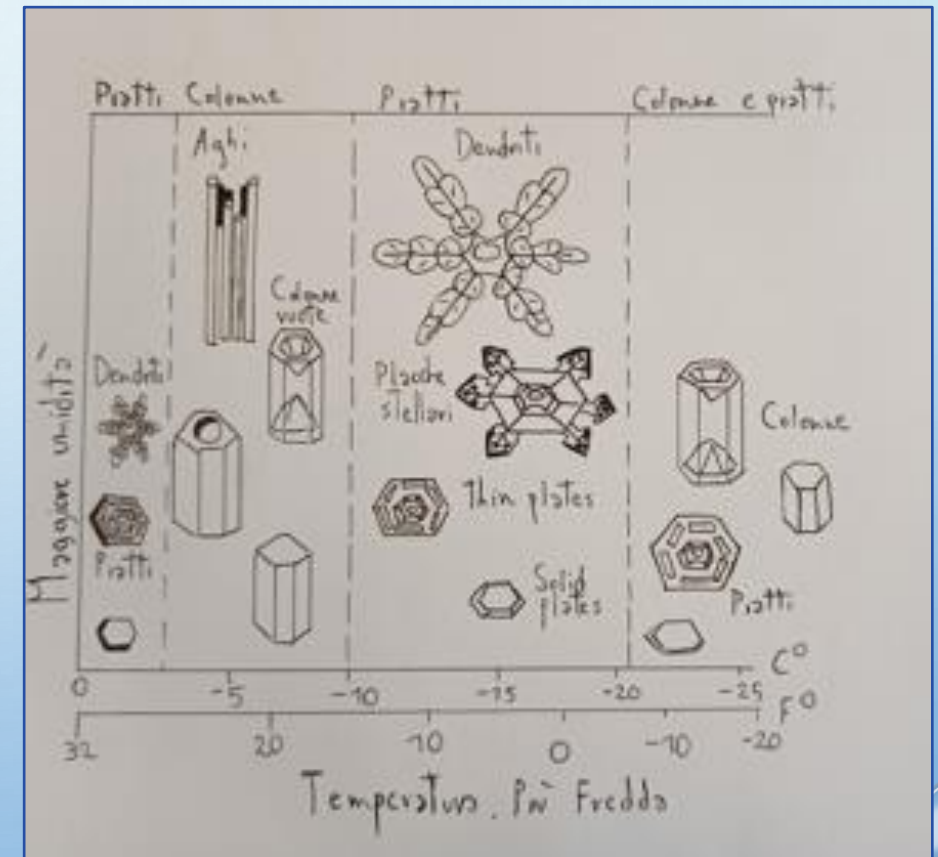
Keplero è un precursore della modellistica in matematica in quanto costruisce un «modello» per spiegare la forma esagonale dei fiocchi di neve.

Ragiona «COME SE» fossero composti da particelle elementari.



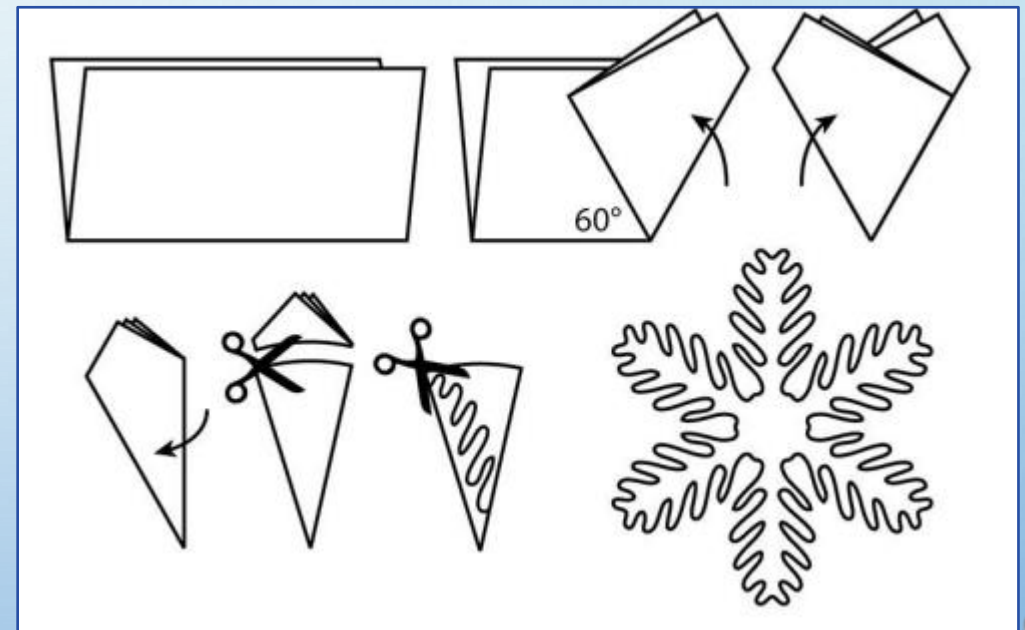
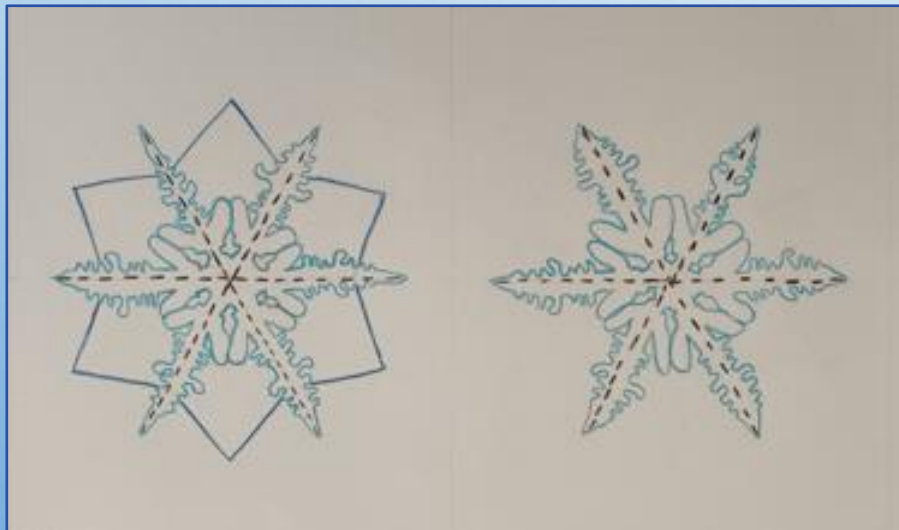
I fiocchi di neve dopo Keplero

- ✓ Lo studio sui fiocchi di neve è proseguito negli anni successivi e si è giunti alla costruzione del diagramma di Nakaya che rappresenta la forma dei cristalli in relazione a umidità e temperatura.
- ✓ La forma esagonale dipende dai legami chimici per cui, nella struttura del ghiaccio, idrogeno e ossigeno si dispongono in strutture esagonali.
- ✓ La simmetria esagonale dei cristalli di neve è una manifestazione macroscopica della disposizione interna degli atomi nel ghiaccio.



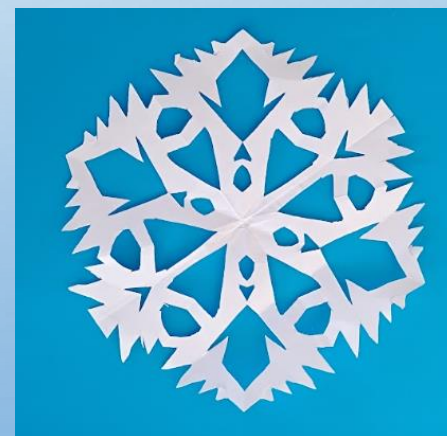
La costruzione dei fiocchi di neve

I fiocchi di neve sono strutture con tre assi di simmetria in quanto si basano sulla forma dell'esagono regolare.



I nostri fiocchi di neve

Abbiamo costruito con carta e forbici alcuni fiocchi di neve, seguendo le istruzioni precedenti.



IC Foscolo Classe 1[°]L
L'acqua che conta

Il volume del lavello

Abbiamo misurato il volume del lavello seguendo due metodi:

1. misurando la sua capacità
2. applicando la formula per il calcolo del volume e facendo gli opportuni arrotondamenti



Il volume del lavello...PIENO

- ✓ Abbiamo misurato il volume del lavello riempiendolo con una brocca graduata.
- ✓ Abbiamo messo il tappo, lo abbiamo riempito d'acqua fino all'orlo e abbiamo visto che contiene 15,5 litri d'acqua.
- ✓ Dato che $1l = 1dm^3$, il volume del lavello è di $15,5 dm^3$.



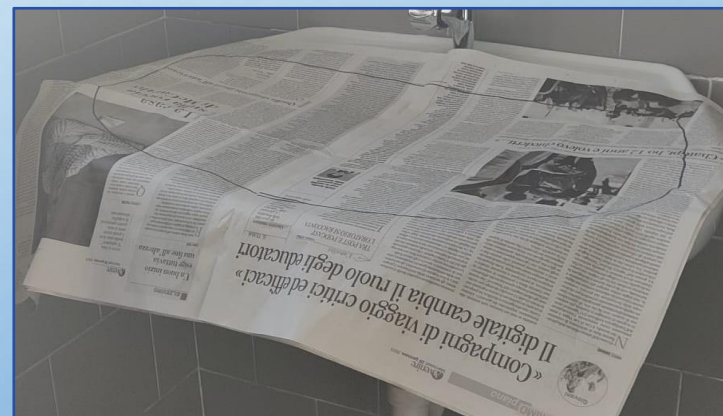
L'acqua non si spreca!

Abbiamo quindi vuotato il lavello con la brocca e abbiamo utilizzato l'acqua per annaffiare le piante della nostra scuola.



Il volume del lavello ...VUOTO

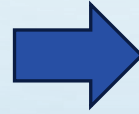
- ✓ Ci siamo chiesti come misurare il volume del lavello senza riempirlo d'acqua.
- ✓ Abbiamo disegnato la sagoma del lavello su un foglio di carta di giornale e abbiamo misurato la sua profondità con un righello.



Il volume del lavello ...VUOTO: difficoltà

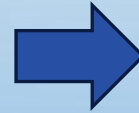


✓ Il bordo del lavello è una linea curva per cui abbiamo dovuto calcolare la sua superficie (che è curvilinea) senza ricorrere alle solite formule.



Abbiamo deciso di trasformare un foglio protocollo in un reticolo in cui ogni quadratino corrisponde ad 1 cm^2 e poi contare approssimando lungo i bordi curvilinei.

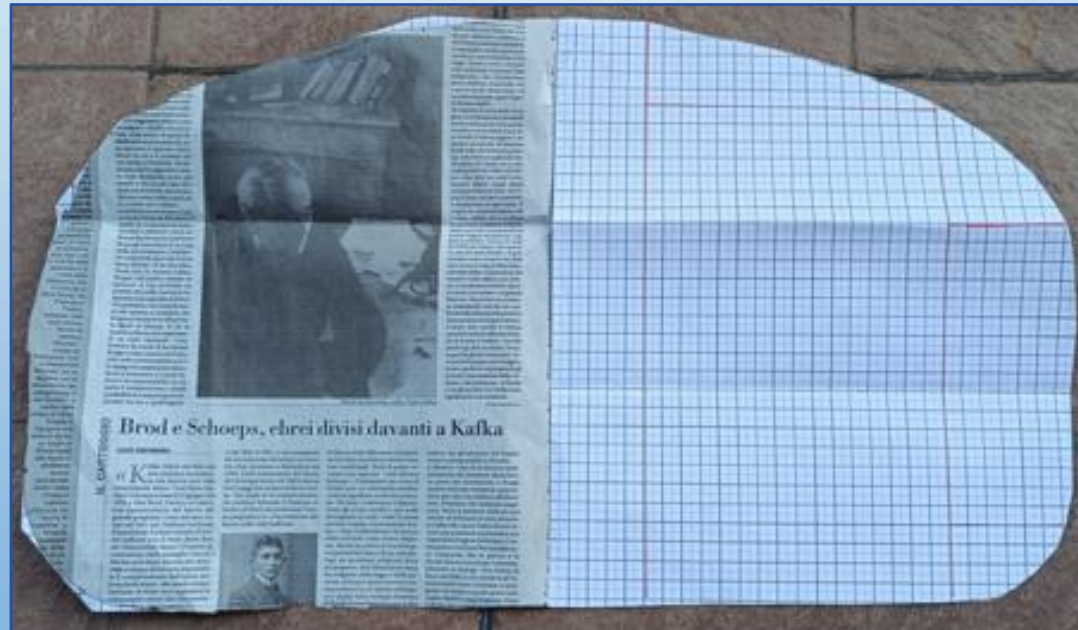
✓ Il fondo del lavello non è del tutto piatto, quindi abbiamo dovuto misurare la profondità in punti diversi.



Abbiamo fatto la media tra la profondità minima e quella massima misurate.

Il volume del lavello ...VUOTO: la sagoma della superficie

Abbiamo piegato la sagoma a metà e abbiamo verificato che il lavello è simmetrico; per questo motivo abbiamo deciso di lavorare solo su metà sagoma per calcolare l'area della superficie del lavello.

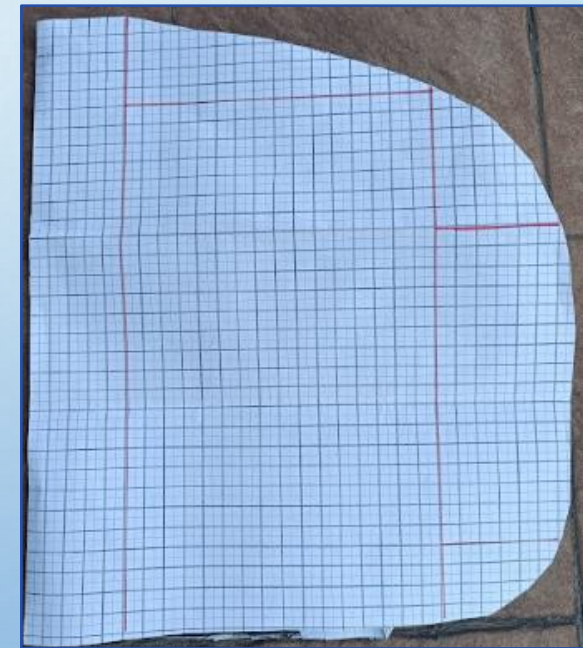


Il volume del lavello ...VUOTO: la sua superficie - primo metodo

- ✓ Abbiamo preso un foglio protocollo a quadretti (col lato di 5 mm) e lo abbiamo quadrettato in modo che ogni quadretto corrisponda a 1 cm^2 .
- ✓ Abbiamo sovrapposto il foglio centimetrato su metà della sagoma del lavello e abbiamo calcolato da quanti quadratini corrispondenti ciascuno a 1 cm^2 è formata; per comodità di calcolo, abbiamo indicato con delle linee rosse i rettangoli dei quali si può calcolare l'area senza ricorrere ad approssimazioni.

$$\checkmark A = 778 \text{ cm}^2$$

$$\checkmark A_{tot} = 778 \cdot 2 = 1556 \text{ cm}^2$$



Il volume del lavello ...VUOTO: la sua superficie - secondo metodo

✓ Abbiamo utilizzato l'altra metà della sagoma del lavello e l'abbiamo resa rettangolare inserendo lungo le parti curvilinee dei pezzi di carta centimetrata; abbiamo quindi calcolato l'area del rettangolo ottenuto e abbiamo sottratto la parte aggiunta, contando i cm^2 corrispondenti a quest'ultima.

✓ Le due misure differiscono di poco e sono dovute a differenti approssimazioni nel calcolo lungo le linee curve.

$$✓ A = 27 \cdot 32 - 81,5 - 10 = 864 - 91,5 = 772,5 \text{ cm}^2$$

$$✓ A_{tot} = 772,5 \cdot 2 = 1545 \text{ cm}^2$$



Area del
rettangolo

864 cm^2

Area delle
parti
aggiunte

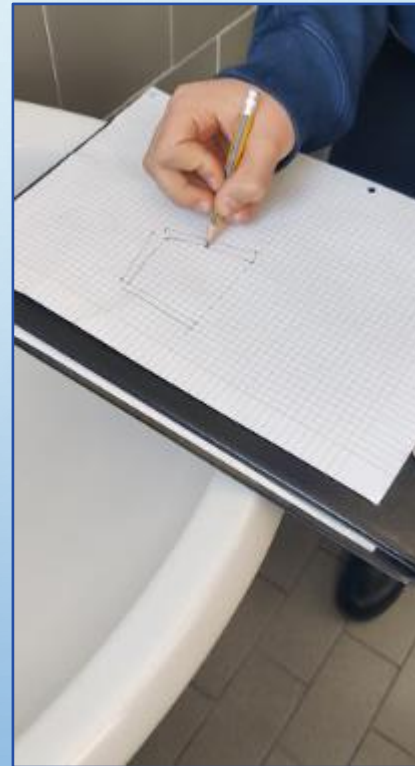
91,5 cm^2

IC Foscolo Classe 1^oL
L'acqua che conta

Il volume del lavello ...VUOTO: la misura della superficie

A questo punto abbiamo fatto la media tra i due valori trovati con i procedimenti seguiti:

$$Media_{area} = \frac{1556 + 1545}{2} = \frac{3101}{2} = 1550,5 \text{ cm}^2$$



Il volume del lavello ...VUOTO: la profondità



Il fondo del lavello è concavo per cui abbiamo dovuto fare delle approssimazioni:

✓ la parte centrale ha una superficie di circa

$14 \cdot 16 = 224 \text{ cm}^2$ e ha una profondità di 15 cm

✓ la parte col fondo curvo ha una superficie di circa $775 - 224 = 551 \text{ cm}^2$ e una profondità che stimiamo essere la media tra il suo valore massimo e

il suo valore minimo: $\frac{15+2}{2} = \frac{17}{2} = 8,5 \text{ cm}$



Il volume del lavello ...VUOTO: il calcolo del volume

Abbiamo calcolato il volume come somma di due volumi, a causa della curvatura del fondo; per comodità abbiamo sfruttato la simmetria e lavorato su metà lavello:

✓ Volume parte centrale (con fondo piatto e altezza di 15 cm):

$$\frac{1}{2} V_c = 14 \cdot 16 \cdot 15 = 3360 \text{ cm}^3$$

✓ Volume parte laterale (con fondo ricurvo e altezza media di 8,5 cm):

$$\frac{1}{2} V_{lat} = (775 - 224) \cdot 8,5 = 551 \cdot 8,5 = 4683,5 \text{ cm}^3$$

✓ Volume totale: $V_{tot} = (3360 + 4683,5) \cdot 2 = 8043,5 \cdot 2 = 16087 \text{ cm}^3$

✓ Equivalenza per trovare i litri: $16087 \text{ cm}^3 = 16,087 \text{ dm}^3 = 16,087 \text{ l}$

Dati a confronto ed errore sperimentale

I due dati differiscono di 0,587 litri.

Sicuramente in entrambi ci sono errori sperimentali legati ad imprecisioni e approssimazioni nelle misurazioni:

- ✓ della quantità d'acqua versata nel lavello
- ✓ della superficie calcolata con le approssimazioni e utilizzando una sagoma costruita in modo semplice
- ✓ della profondità del lavello

Volume misurato con l'acqua	Volume calcolato
15,5 l	16,087 l

$$\frac{16,087}{15,5} = 1,037 \quad 1,037 \cdot 100 = 103,7\%$$

La differenza di circa mezzo litro tra le due misurazioni ci sembra accettabile in rapporto al volume misurato; infatti il rapporto tra i due dati indica una differenza del 3,7%.

L'acqua è vita: l'idrocoltura

Per terminare, un'idrocoltura: la pianta vive per circa 4 mesi nell'acqua, ma poi necessita di essere trasferita nel vaso in quanto ha bisogno dei nutrienti presenti nel terreno.



Ringraziamo i professori Brandi e Salvadori e tutti i collaboratori del progetto «Matematica e Realtà», i nostri genitori che ci hanno permesso di partecipare e i professori Daniela Favale ed Egidio Sandron che ci hanno guidati in questa attività.