

# Operazioni con le frazioni

Tratto dal testo "CONTACI"  
AAVV Ed.Zanichelli

## 36 FRAZIONI CON LO STESSO DENOMINATORE: ADDIZIONE E SOTTRAZIONE

Per aggiungere (o sottrarre) frazioni che hanno lo stesso denominatore, si scrive

- al numeratore la somma (o differenza) dei numeratori
- al denominatore il denominatore comune.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

### Esempio

$$\text{a) } \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{3+4}{5} = \frac{7}{5} \quad \text{b) } \frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

## 37 NUMERI MISTI CON LO STESSO DENOMINATORE: ADDIZIONE E SOTTRAZIONE

Le operazioni con i numeri misti si possono fare in due modi.

### Esempio

#### Modo 1

Si opera separatamente sugli interi e sulle parti.

$$1\frac{3}{5} + 2\frac{1}{5} = (1+2) + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{5}\right) = 3 + \frac{3+1}{5} = 3\frac{4}{5}$$

#### Modo 2

Si convertono i numeri misti in frazione e si esegue l'operazione.

$$1\frac{3}{5} + 2\frac{1}{5} = \frac{8}{5} + \frac{11}{5} = \frac{8+11}{5} = \frac{19}{5} = 3\frac{4}{5}$$

## 38 ADDIZIONE DI FRAZIONI

Per sommare frazioni che hanno denominatori diversi, bisogna prima portare le frazioni allo stesso denominatore e può essere comodo ridurre al m.c.m. Poi si sommano i numeratori e si scrive al denominatore il denominatore comune.

Il risultato va ridotto ai minimi termini.

### Esempio

$$\overset{51}{\frac{3}{4}} + \overset{21}{\frac{3}{10}} = \frac{15}{20} + \frac{6}{20} = \frac{15+6}{20} = \frac{21}{20}$$

## 39 SOTTRAZIONE DI FRAZIONI

Per sottrarre frazioni che hanno denominatori diversi, bisogna prima portare le frazioni allo stesso denominatore e può essere comodo portare al m.c.m. Poi si sottraggono i numeratori e si scrive al denominatore il denominatore comune.

Il risultato va ridotto ai minimi termini.

### Esempio

$$\overset{31}{\frac{3}{5}} - \overset{51}{\frac{1}{3}} = \frac{9}{15} - \frac{5}{15} = \frac{9-5}{15} = \frac{4}{15}$$

## 40 ESPRESSIONI E PROBLEMI CON ADDIZIONI E SOTTRAZIONI

Per le espressioni valgono le regole sulle precedenze: prima le parentesi e poi le addizioni e le sottrazioni da sinistra verso destra.

## 41 TANTE PARTI UGUALI. MOLTIPLICARE UNA FRAZIONE PER UN NUMERO NATURALE

Quando si moltiplica una frazione per un numero naturale:

- si moltiplica il numeratore per il numero naturale. Il denominatore non cambia.
- si riduce il risultato, quando è possibile.

**Esempio**

$$\frac{5}{6} \cdot 4 = \frac{5 \cdot 4}{6} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

Conviene semplificare prima di calcolare il prodotto.

## 42 UN QUARTO DI... TRE QUINTI DI...

La frazione di un numero si può calcolare in due modi.

**Esempio** Calcola  $\frac{2}{3}$  di 60 €.

**Modo 1**

Si trova prima il valore di  $\frac{1}{3}$  di 60 €.  
 $60 \text{ €} : 3 = 20 \text{ €}$   
 e poi si moltiplica per 2  
 $20 \text{ €} \cdot 2 = 40 \text{ €}$ .

**Modo 2**

Si moltiplica il numero per la frazione.

$$\frac{2}{3} \cdot 60 \text{ €} = \frac{2 \cdot 60}{3} = 40 \text{ €}$$

## 43 MOLTIPLICAZIONE DI FRAZIONI

Per moltiplicare tra loro delle frazioni, si scrive

- al numeratore il prodotto dei numeratori
- al denominatore il prodotto dei denominatori.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

**Esempio**

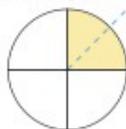
$$a) \ 2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$$

$$b) \ \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{3 \cdot 8}{4 \cdot 9} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

## 44 DIVIDERE UNA FRAZIONE PER UN NUMERO NATURALE

- Si moltiplica il numero naturale per il denominatore della frazione.
- Il numeratore della frazione rimane lo stesso.
- Si semplifica il risultato quando è possibile.

**Esempio**



$$\frac{1}{4} : 2 = \frac{1}{4 \cdot 2} = \frac{1}{8}$$

## 45 DIVISIONI CON LE FRAZIONI

**Inverso di un numero**

Due numeri il cui prodotto è uno si dicono l'**inverso** l'uno dell'altro.

| Numero                        | Inverso del numero |
|-------------------------------|--------------------|
| $\frac{3}{5}$                 | $\frac{5}{3}$      |
| 4                             | $\frac{1}{4}$      |
| $\frac{1}{3}$                 | 3                  |
| $3 \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ | $\frac{2}{7}$      |

**Divisione tra frazioni**

La divisione tra frazioni si esegue trasformando prima la divisione in una moltiplicazione: si moltiplicano tra loro il dividendo e l'inverso del divisore.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

**Esempio**

$$a) \ \frac{3}{7} : \frac{6}{5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{\cancel{3} \cdot 5}{7 \cdot \cancel{6}} = \frac{5}{14}$$

$$b) \ \frac{4}{5} : 8 = \frac{4}{5} : \frac{8}{1} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{8} = \frac{4 \cdot 1}{5 \cdot \cancel{8}} = \frac{1}{10}$$

## 46 POTENZA DI UNA FRAZIONE

Per elevare a potenza una frazione, si scrive

- al numeratore la potenza del numeratore
- al denominatore la potenza del denominatore.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a \cdot a}{b \cdot b} = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

**Esempio**

$$a) \ \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

$$b) \ \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{4^3}{5^3} = \frac{64}{125}$$

$$c) \ \left(\frac{5}{15}\right)^4 \quad \text{prima conviene ridurre la frazione ai minimi termini}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1^4}{3^4} = \frac{1}{81}$$

## 47 ESPRESSIONI CON LE FRAZIONI

Valgono le regole sulle precedenze di calcolo:

- 1) operazioni dentro alle parentesi
- 2) potenze
- 3) moltiplicazioni e divisioni, da sinistra a destra
- 4) addizioni e sottrazioni, da sinistra a destra.