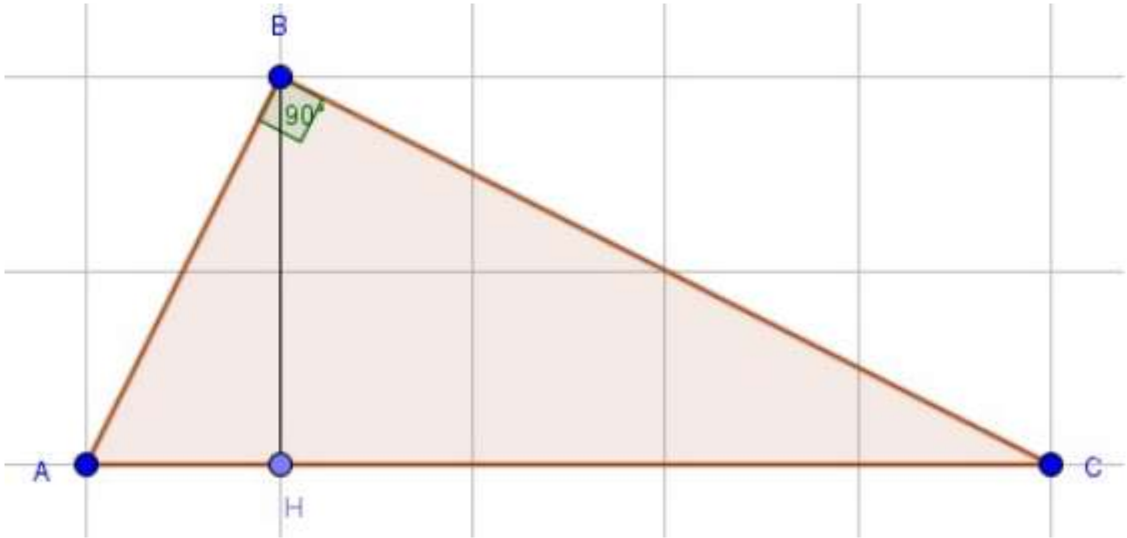
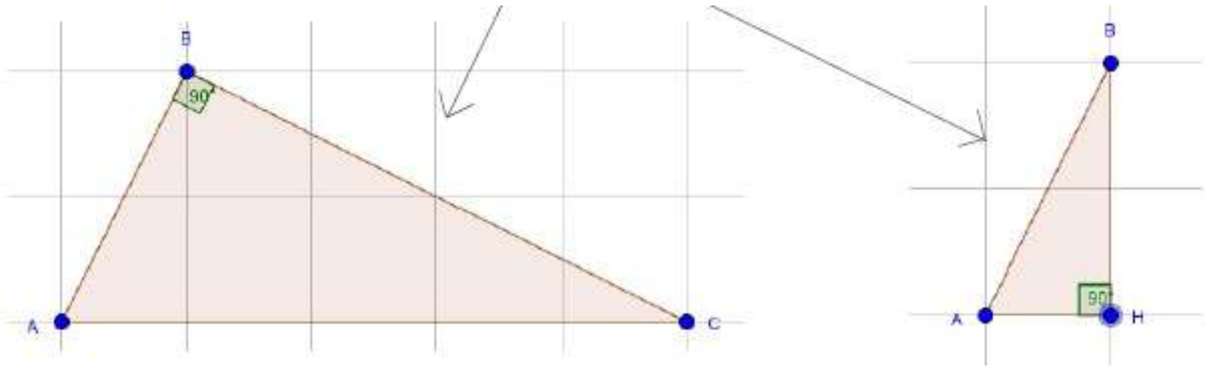
TEOREMI DI EUCLIDE



Partiamo dal triangolo rettangolo ABC e tracciamo l'altezza relativa all'ipotenusa; otteniamo due triangoli rettangoli simili tra di loro e al triangolo di partenza.

Triangolo	ABC	ABH	BCH
Ipotenusa	AC	AB	BC
Cateto M	BC	BH	CH
Cateto m	AB	AH	BH
Angolo acuto M	BAH	BAH	CBH
Angolo acuto m	BCA	ABH	BCA
Angolo retto	ABC	AHB	BHC

PRIMO TEOREMA DI EUCLIDE



I triangoli ABC e AHB sono simili perché hanno:

un angolo retto (ABC e AHB)

BAC=HAB (è lo stesso angolo)

BCA=ABH (si ricavano per differenza di angoli uguali)

In tabella vediamo i lati corrispondenti:

	triangolo ABC	triangolo ABH
ipotenusa	AC	AB
cateto minore	AB	AH
cateto maggiore	BC	BH

Quindi:

AC:AB=AB:AH

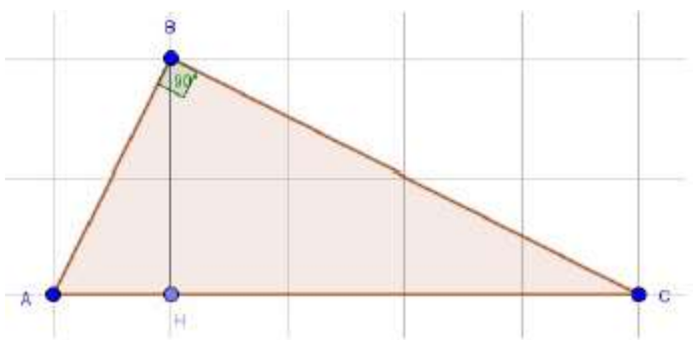
Si arriva quindi all’enunciato del primo teorema di Euclide:

IN UN TRIANGOLO RETTANGOLO OGNI CATETO E’ MEDIO PROPORZIONALE TRA L’IPOTENUSA E LA PROIEZIONE DEL CATETO STESSO SULL’IPOTENUSA

Applicando lo stesso ragionamento ai triangoli simili ABC e BHC, otteniamo la seconda proporzione sempre relativa all’enunciato del primo teorema di Euclide:

AC:BC=BC:HC

In sintesi: PRIMO TEOREMA DI EUCLIDE

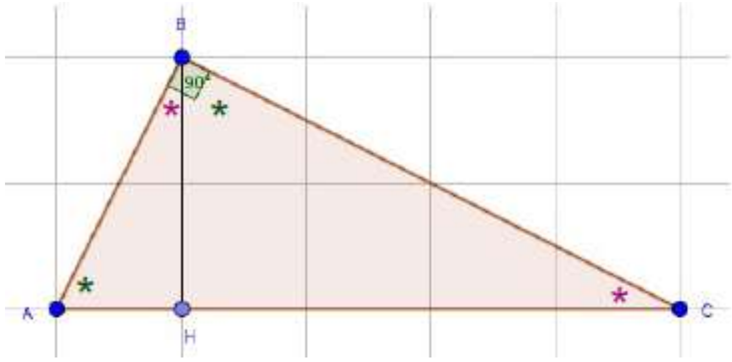


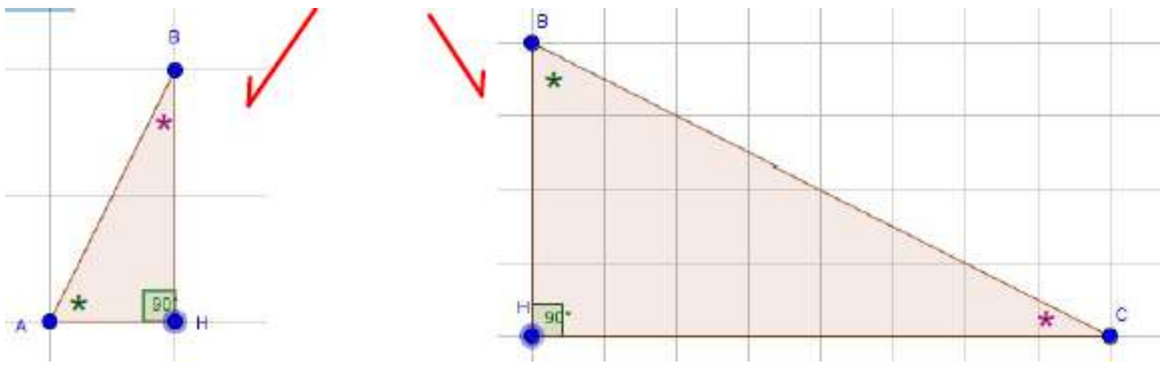
AC : AB = AB : AH

e

AC : BC = BC : HC

SECONDO TEOREMA DI EUCLIDE





I triangoli ABH e BHC sono simili perché hanno:

un angolo retto (AHB e BHC)

ABH=BCH perché ABH + HBC = 90° e BCH + HBC = 90°
BAH=CBH perché HBC + ABH = 90° e BAH + ABH = 90°
In tabella vediamo i lati corrispondenti:

	triangolo ABH	triangolo BHC
ipotenusa	AB	BC
cateto minore	AH	BH
cateto maggiore	BH	HC

AH:BH=BH:HC

Si arriva quindi all’enunciato del secondo teorema di Euclide:

IN UN TRIANGOLO RETTANGOLO L’ALTEZZA RELATIVA ALL’IPOTENUSA E’ MEDIA PROPORZIONALE TRA LE PROIEZIONI DEI CATETI SULL’IPOTENUSA

AH:BH=BH:HC