

Le potenze

L'ELEVAMENTO A POTENZA

Nell'operazione di elevamento a **potenza** l'**esponente** indica quante volte la **base** si ripete come fattore della moltiplicazione.

Si legge «due alla ventesima» o «due elevato alla ventesima».

esponente

$$2^{30} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{20 \text{ volte}} = 1\,048\,576$$

base valore della potenza

16 L'ELEVAMENTO A POTENZA

Una moltiplicazione del tipo $5 \cdot 5 \cdot 5$ si può scrivere sotto forma di **potenza** di cinque: 5^3 .

$$\begin{array}{c} \text{esponente} \\ 5^3 = 125 \\ \text{base} \quad \text{valore della potenza} \end{array}$$

Nella scrittura esponenziale l'**esponente** indica quante volte la **base** si ripete come fattore della moltiplicazione.

Il **quadrato** di un numero è la seconda potenza di quel numero.
Il **cubo** di un numero è la terza potenza di quel numero.

Esempio

Ci sono cinque vasi, ciascuno con cinque fiori; ogni fiore ha cinque petali e su ogni petalo si posano 5 coccinelle. Quante sono le coccinelle?

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$$

$$5^4 = 625$$

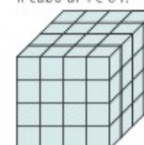
Esempio

Il quadrato di 2 è 4.



Esempio

Il cubo di 4 è 64.



17 POTENZA DI UN NUMERO. POTENZA DI UNA LETTERA.

In generale $x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{n \text{ volte}}$

Esempio

Calcola. a) 30^2 b) $0,1^3$

a) $30^2 = 30 \cdot 30 = 900$

b) $0,1^3 = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,001$

Esempio

Semplifica. a) xxx b) $aabbbb$

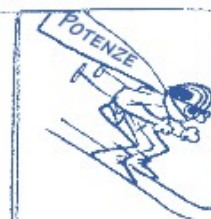
a) $xxx = x^3$

b) $aabbbb = a^2b^4$

Espressioni con le potenze

Si eseguono le operazioni nell'ordine:

1. operazioni dentro alle parentesi
2. potenze
3. moltiplicazioni e divisioni
4. addizioni e sottrazioni.



18 ESPRESSIONI CON LE POTENZE

Esempio

$$\begin{aligned} (2^3 + 2) \cdot 5 &= \\ = (8 + 2) \cdot 5 &= \\ = 10 \cdot 5 &= \\ = 50 & \end{aligned}$$

Tratto dal testo "CONTACI"
AAVV Ed.Zanichelli

19 SCRIVERE I GRANDI NUMERI CON LE POTENZE DI DIECI

Potenze di dieci

Nelle potenze con base 10, l'esponente indica il numero di zeri.

Esempio

$$\begin{aligned} 10^0 &= 1 \\ 10^1 &= 10 \\ 10^2 &= 100 \\ 10^3 &= 1000 \\ 10^4 &= 10\,000 \\ 10^5 &= 100\,000 \\ 10^6 &= 1\,000\,000 \end{aligned}$$

Notazione dei grandi numeri con le potenze di dieci
La **forma standard** usata per scrivere i grandi numeri è

$$x \cdot 10^n \quad \text{dove } 1 \leq x < 10.$$

Esempio

$$\begin{aligned} 3\,500\,000 &= 3,5 \cdot 10^6 \\ 280\,000 &= 2,8 \cdot 10^5 \\ 856\,000\,000 &= 8,56 \cdot 10^8 \end{aligned}$$

20 OSSERVAZIONI SULLE POTENZE

Gli esercizi della lezione servono a scoprire le proprietà delle potenze di cui si dà la formula nella lezione seguente.

21 TRE PROPRIETÀ DELLE POTENZE. FORMULE

Prodotto di potenze con base uguale

Il prodotto di potenze che hanno la stessa base è una potenza che ha

- per base la stessa base dei fattori del prodotto
- per esponente la somma degli esponenti dei fattori.

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

Esempio

$$\begin{aligned} 3^3 \cdot 3^2 &= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 \\ x^9 \cdot x^{10} &= x^{19} \end{aligned}$$

Quoziente di potenze con base uguale

Il quoziente di potenze che hanno la stessa base è una potenza che ha

- per base la stessa base del dividendo e del divisore
- per esponente la differenza degli esponenti di dividendo e divisore.

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \quad (x \neq 0)$$

Esempio

$$\begin{aligned} \frac{5^6}{5^4} &= \frac{\overset{1}{5} \cdot \overset{1}{5} \cdot \overset{1}{5} \cdot \overset{1}{5} \cdot \overset{1}{5} \cdot \overset{1}{5}}{\underset{1}{5} \cdot \underset{1}{5} \cdot \underset{1}{5} \cdot \underset{1}{5}} = 5^2 \\ \frac{x^3}{x^2} &= \frac{\overset{1}{x} \cdot \overset{1}{x} \cdot \overset{1}{x}}{\underset{1}{x} \cdot \underset{1}{x}} = x \end{aligned}$$

Potenza di una potenza

Quando una potenza viene elevata a una potenza

- la base rimane la stessa
- l'esponente è il prodotto degli esponenti.

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

Esempio

$$\begin{aligned} (10^3)^2 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6 \\ (x^2)^3 &= x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 = xxx \cdot xxx = x^6 \end{aligned}$$

22 ESPONENTE ZERO

$$\begin{aligned} x^0 &= 1 & \text{Qualunque numero (eccetto lo zero) elevato all'esponente 0, dà come risultato 1.} \\ (x \neq 0) & & 0^0 \text{ non ha significato.} \end{aligned}$$

23 POTENZA DI UN PRODOTTO. POTENZA DI UN QUOZIENTE

Potenza di un prodotto

$$(xy)^n = x^n y^n$$

La potenza di un prodotto è uguale al prodotto delle potenze dei singoli fattori.

Viceversa, il prodotto di potenze con esponenti uguali, è uguale a una potenza che ha per base il prodotto delle basi e per esponente lo stesso esponente.

Potenza di un quoziente

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n} \quad (y \neq 0)$$

Il quoziente di potenze che hanno esponenti uguali equivale alla potenza del quoziente delle basi.

Viceversa, il quoziente di potenze con esponenti uguali è uguale a una potenza che ha per base il quoziente delle basi e per esponente

Esempio

$$\begin{aligned} 2^5 \cdot 5^5 &= (2 \cdot 5)^5 = 10^5 = 100\,000 \\ 300^3 &= (3 \cdot 100)^3 = 3^3 \cdot 100^3 = 27 \cdot 1\,000\,000 = \\ &= 27\,000\,000 \end{aligned}$$

Esempio

$$15^3 : 5^3 = (15 : 5)^3 = 3^3 = 27$$

24 ESPRESSIONI CON LE PROPRIETÀ DELLE POTENZE

Nelle espressioni con le potenze è spesso utile applicare le proprietà delle potenze.

Esempio

$$\begin{aligned} \frac{4^5 \cdot 5^5 : 20}{20^2} &= \frac{(4 \cdot 5)^5 : 20}{20^2} \\ &= \frac{20^5 : 20}{20^2} \\ &= \frac{20^4}{20^2} = 20^2 = 400 \end{aligned}$$